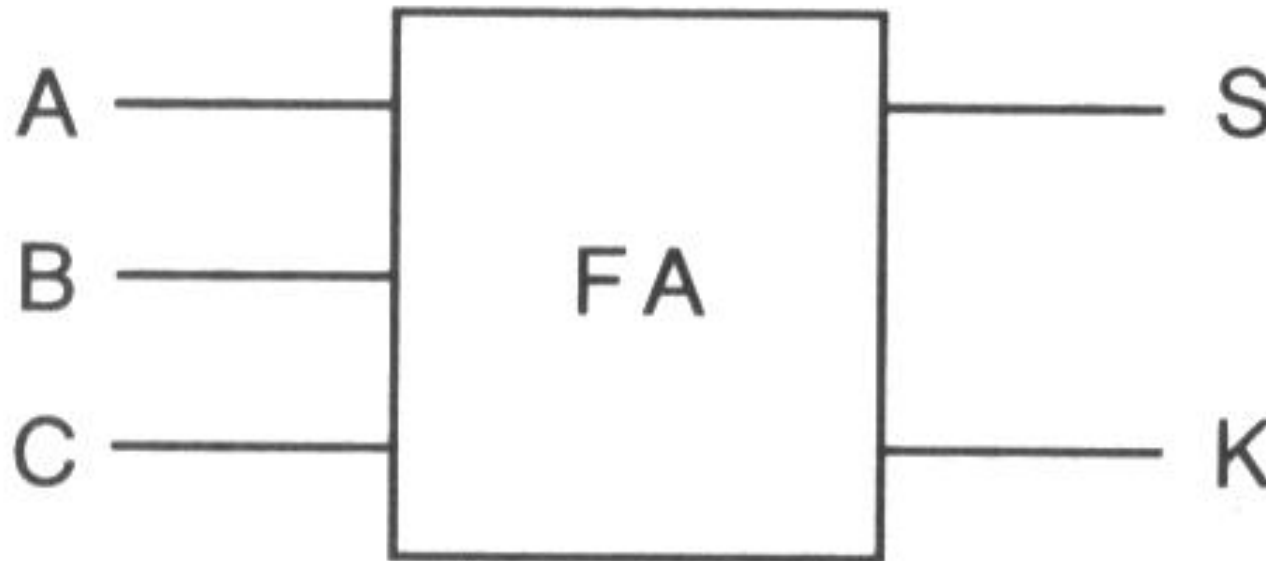


# Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

## 17. Αθροιστής



Β' Τεχνική Σχολή Λεμεσού

2017 – 2018

Άριστος Πασιάς

# Αθροιστής

Με το τέλος της ενότητας αυτής θα πρέπει όλοι να μπορείτε να:

1. Γράφετε τους πίνακες αληθείας του ημιαθροιστή (half - adder) και του πλήρους αθροιστή (full - adder).
2. Εξάγετε τις σχετικές λογικές συναρτήσεις.
3. Να σχεδιάζετε τα κυκλώματα του ημιαθροιστή και του πλήρους αθροιστή.
4. Να σχεδιάζετε και να εξηγεί τη λειτουργία κυκλώματος παράλληλου αθροιστή 4 bit.

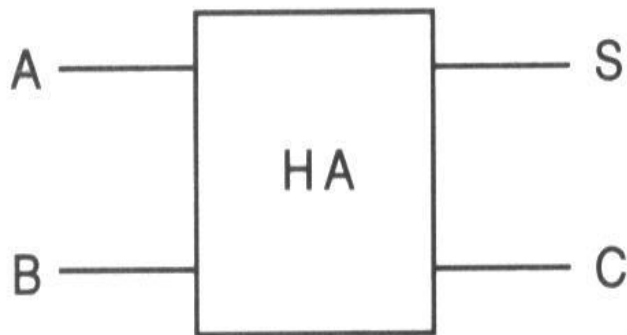


# Εισαγωγή

Οι αθροιστές είναι βασικά κυκλώματα των ψηφιακών ηλεκτρονικών συστημάτων τα οποία εκτελούν τη μαθηματική πράξη της πρόσθεσης.

# Ημιαθροιστής (Half Adder)

Ο ημιαθροιστής είναι το λογικό κύκλωμα που προσθέτει δύο δυαδικούς αριθμούς οι οποίοι αποτελούνται από ένα μόνο bit ο καθένας. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης είναι το **Άθροισμα (Sum)** και το **Κρατούμενο (Carry)** όπως φαίνεται στον πίνακα αληθείας και στις συναρτήσεις:

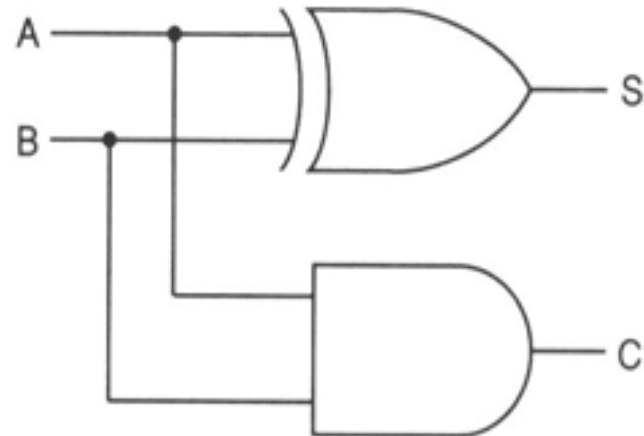
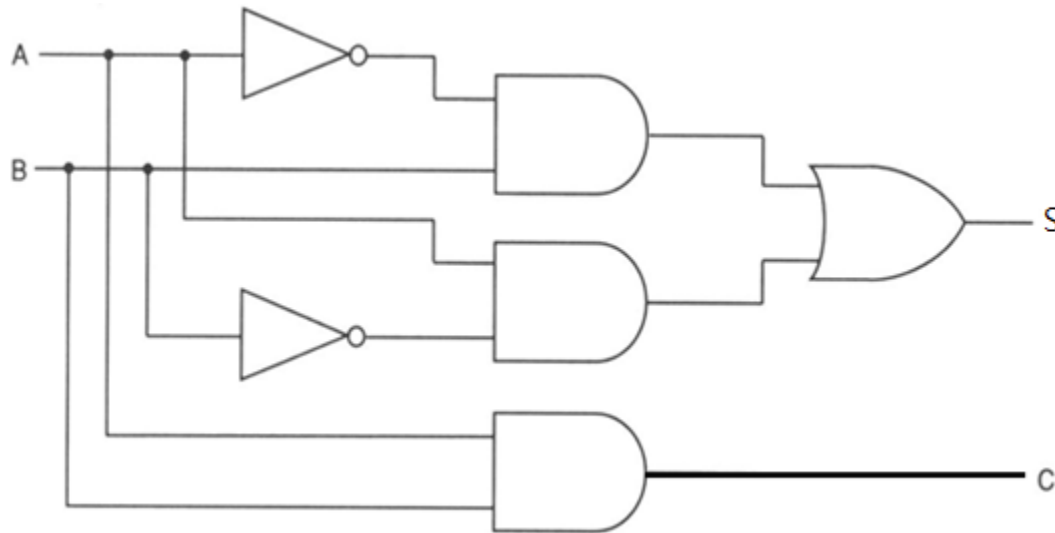


A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} \quad \text{: Πύλη EXOR}$$

$$C = A \cdot B \quad \text{: Πύλη AND}$$

# Δυο ισοδύναμα Λογικά Κυκλώματα του Ημιαθροιστή

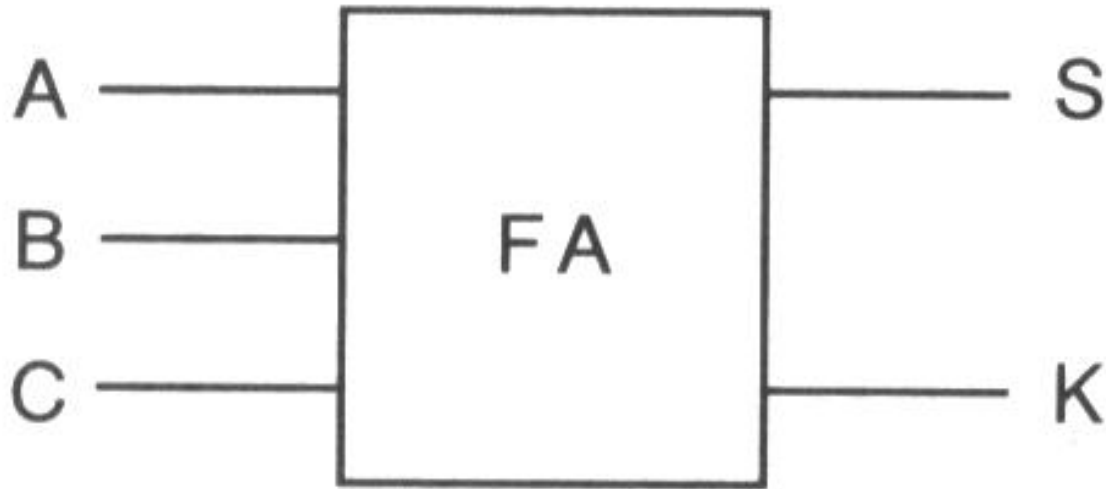


$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

$$C = A \cdot B$$

# Πλήρης Αθροιστής (Full Adder)

Ο πλήρης αθροιστής έχει τη δυνατότητα να προσθέτει τρία bit, λαμβάνει υπ' όψη τα δυο bit των προσθετέων όπως ο ημιαθροιστής και το κρατούμενο από την πρόσθεση της προηγούμενης βαθμίδας.



A: Προσθετέος

B : Προσθετέος

C : Προηγούμενο Κρατούμενο

S : Άθροισμα

K : Νέο Κρατούμενο

# Πλήρης Αθροιστής (Full Adder)

A	B	C	S	K
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

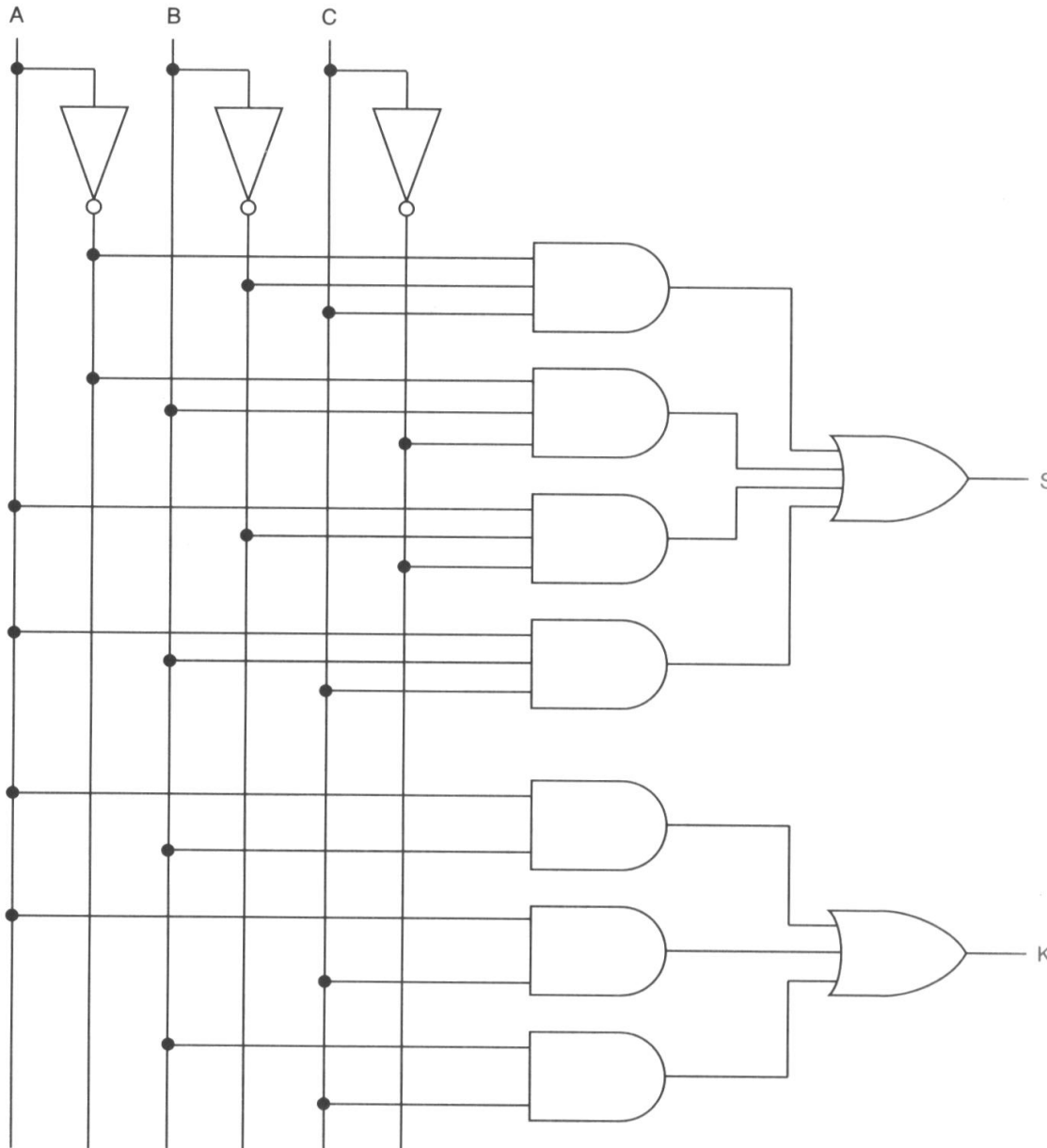
AB \ C	0	1
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0

AB \ C	0	1
00	0	0
01	0	1
11	1	1
10	0	1

$$K = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$K = AB + AC + BC$$

# Πλήρης Αθροιστής (Full Adder)

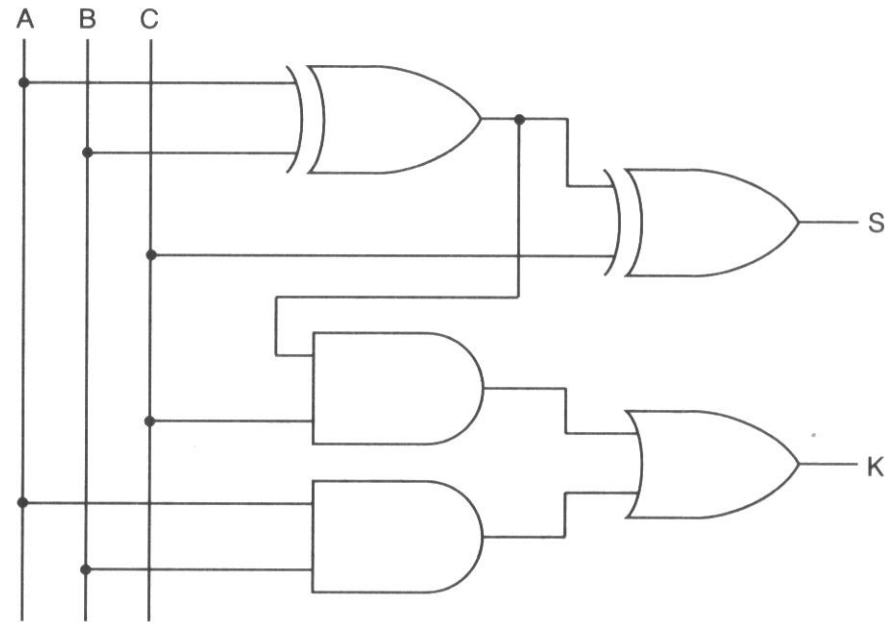


$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$K = AB + AC + BC$$

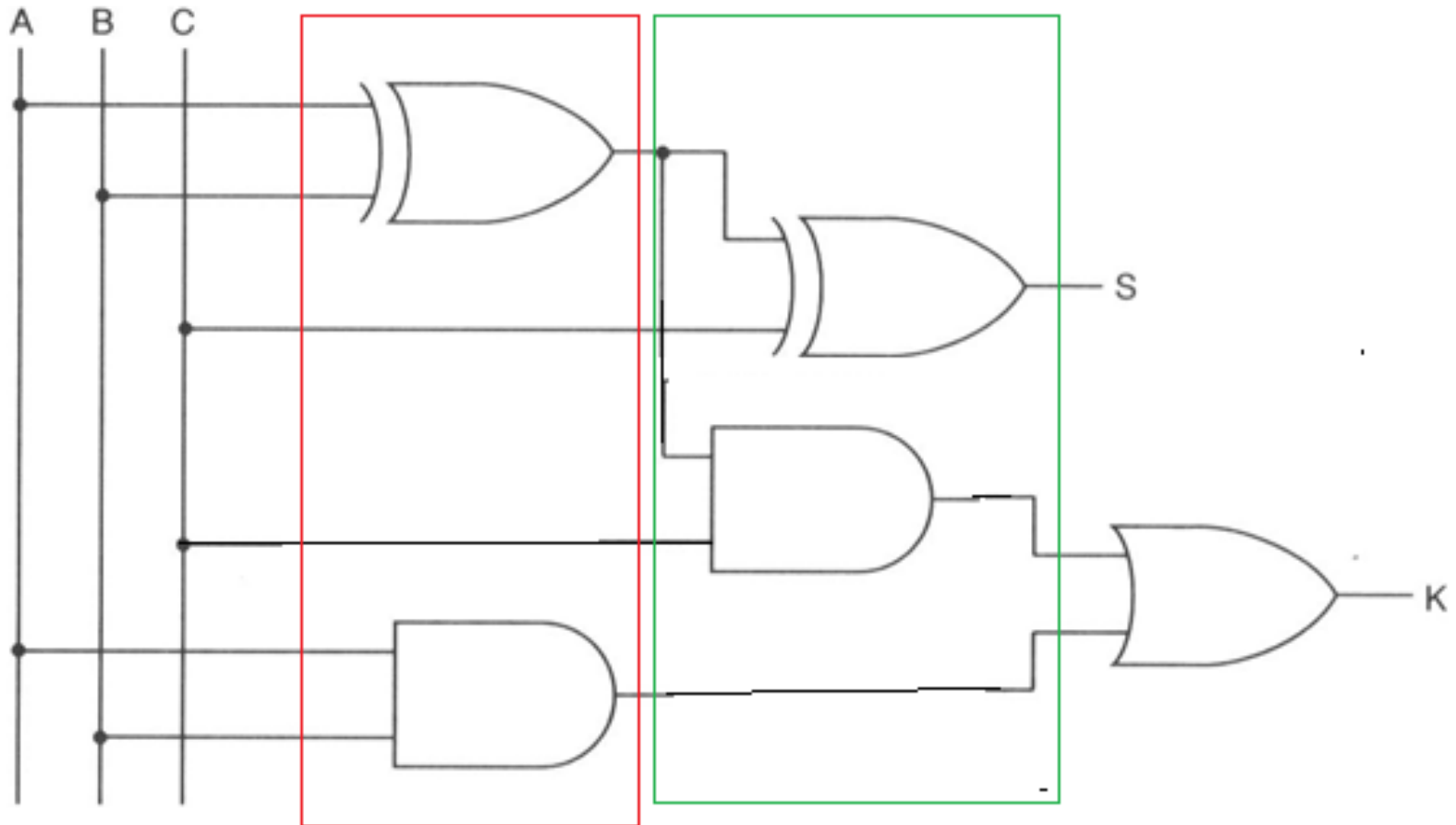
# Μετασχηματισμός συναρτήσεων Πλήρη Αθροιστή

$$\begin{aligned} S &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC \\ &= \bar{C}(\bar{A}B + A\bar{B}) + C(\bar{A}\bar{B} + AB) \\ &= \bar{C}(A \oplus B) + C \overline{(A \oplus B)} \\ &= (A \oplus B) \oplus C \end{aligned}$$

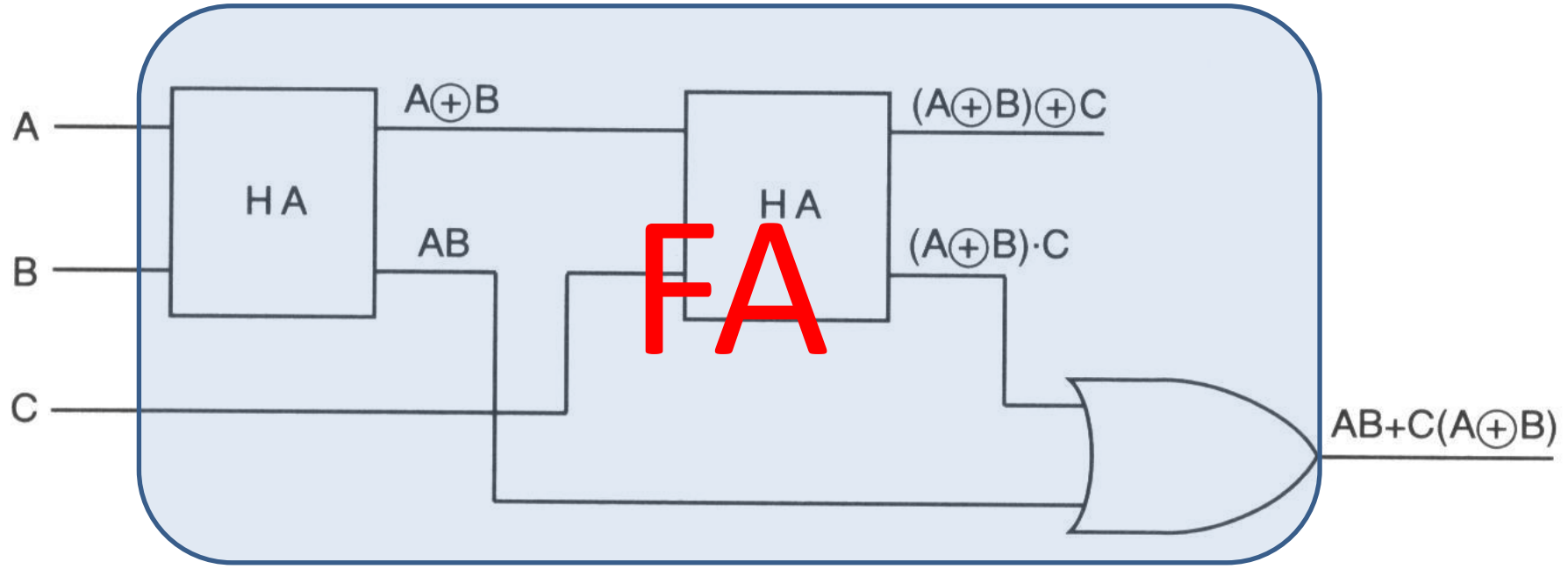
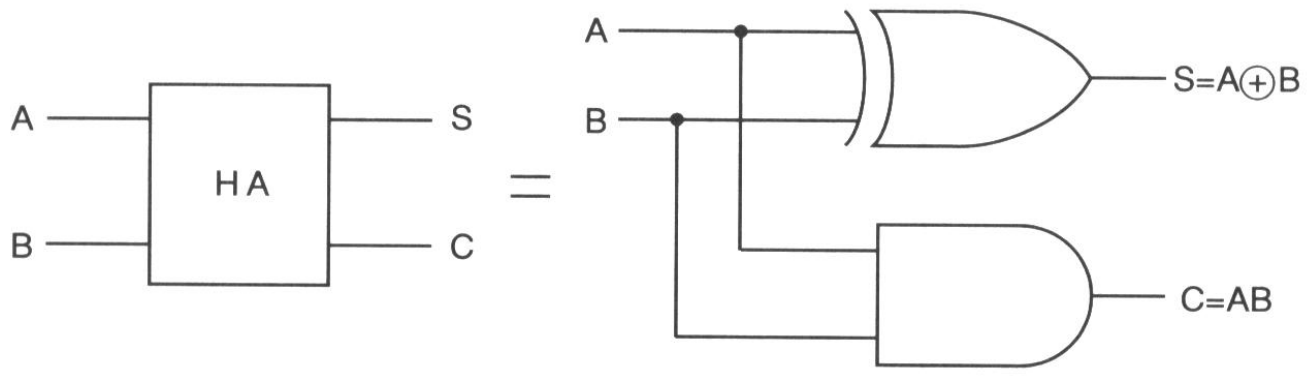


$$\begin{aligned} K &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC\bar{C} + ABC \\ &= AB(C + \bar{C}) + C(\bar{A}B + A\bar{B}) \\ &= AB + C(A \oplus B) \end{aligned}$$

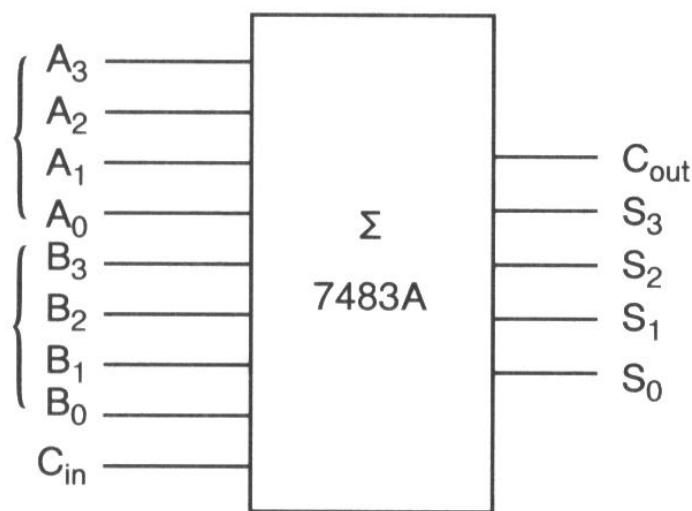
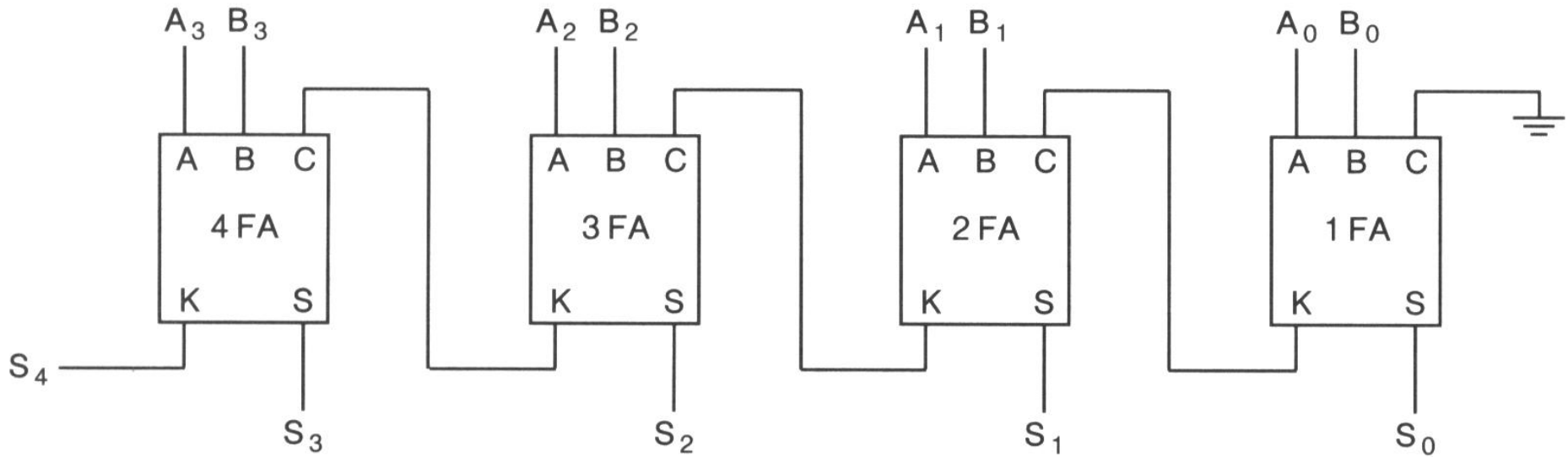
# Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή με τη χρήση Ημιαθροιστή



# Κύκλωμα Πλήρους Αθροιστή με τη χρήση Ημιαθροιστή

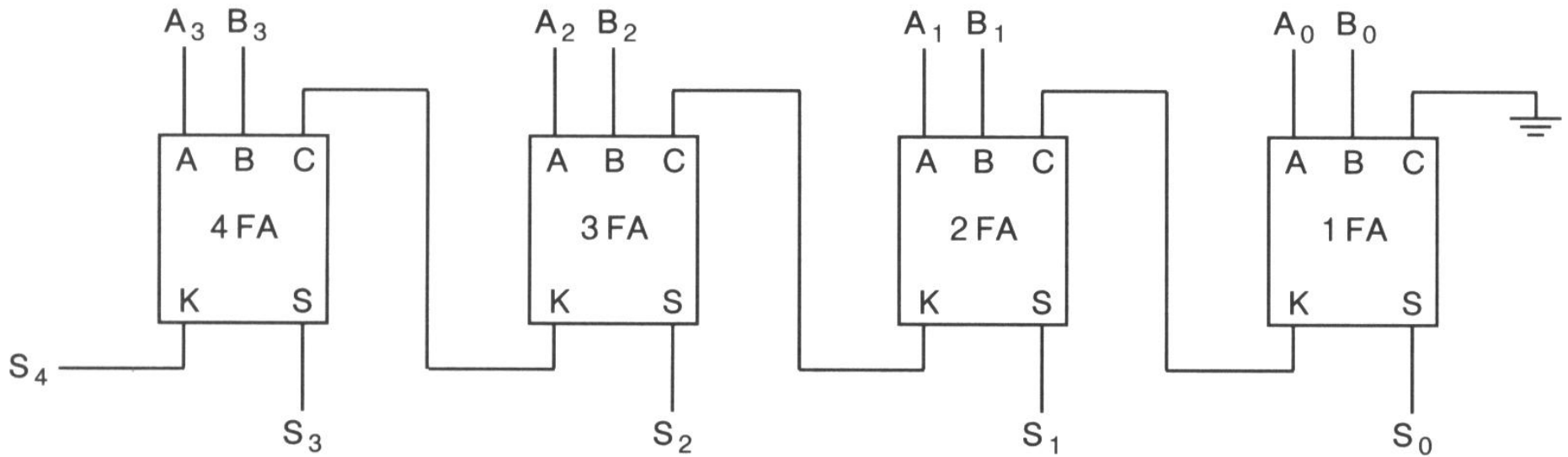


# Παράλληλος Δυαδικός Αθροιστής 4 Bit



$A_3 A_2 A_1 A_0$  } Προσθετέοι  
 $B_3 B_2 B_1 B_0$  }  
 $S_3 S_2 S_1 S_0$  : Άθροισμα  
 $C_{in}$  : Κρατούμενο πρόσθεσης από προηγούμενο IC  
 $C_{out}$  : Κρατούμενο πρόσθεσης ψηλότερης βαθμίδας

# Παράλληλος Δυαδικός Αθροιστής 4 Bit



$A_0$	$B_0$	$C$	$S_0$	$K$	
1	0	0	1	0	Πρόσθεση στον 1ο αθροιστή
$A_1$	$B_1$	$C$	$S_1$	$K$	
1	1	0	0	1	Πρόσθεση στο 2ο αθροιστή
$A_2$	$B_2$	$C$	$S_2$	$K$	
0	0	1	1	0	Πρόσθεση στον 3ο αθροιστή
$A_3$	$B_3$	$C$	$S_3$	$K$	
1	1	0	0	1	Πρόσθεση στον 4ο αθροιστή

# Άσκηση - Δυαδικός Αθροιστής

Οι λογικές συναρτήσεις εξόδου ενός πλήρους αθροιστή δίνονται από τις σχέσεις:

$Y_s = A \oplus B \oplus C$  Για τη συνάρτηση του αθροίσματος.

$Y_c = AB + C(A \oplus B)$  Για τη συνάρτηση του κρατούμενου.

Όπου **A**, **B** οι δύο προσθετέοι και **C** το κρατούμενο της προηγούμενης βαθμίδας.

α) Να σχεδιάσετε το λογικό κύκλωμα του πλήρους αθροιστή με τη χρήση των λογικών συναρτήσεων που δίνονται.

β) Να σχεδιάσετε το λογικό διάγραμμα (block diagram) τεσσάρων πλήρων αθροιστών, παράλληλα συνδεδεμένων και να εκτελέσετε με τη βοήθεια του, την πρόσθεση των δυαδικών αριθμών  $1011_2$  και  $1101_2$ .



THE END  
IS  
NEAR!

**Να λύσετε όλες τις ασκήσεις της  
σελίδας 152 του βιβλίου σας**